Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social.
Nº15. Año 8. Abril – Septiembre 2018. Argentina. ISSN 1853-6190. Pp. 24-43.

Determinantes del rendimiento en la prueba PISA aplicando modelos multinivel: Argentina, 2012.

Performance determinants in PISA test results applying multilevel models: Argentina, 2012

Víctor Eduardo Torres

Resumen

El propósito de este artículo es describir el empleo de los modelos multinivel utilizando la prueba PISA 2012. Se presentan, resumidamente, sus principales características conceptuales y, al mismo tiempo, se realizan las estimaciones en torno al rendimiento de los alumnos en la prueba considerando tres alternativas de desarrollo.El principal interés radica en analizar de qué manera los modelos multinivel brindan herramientas de análisis útiles y válidas en las Ciencias Sociales, y resaltar que es una metodología que debiera ser tenida en cuenta cuando los datos disponibles hayan sido originados a partir de un sistema de muestreo polietápico.

En este caso, los resultados aportan evidencias que es relevante considerar la estructura jerárquica de los datos considerando una segunda jerarquía que agrupa a los individuos, quienes conforman la primera (los alumnos son el primer nivel y las escuelas el segundo). Estos modelos multinivel, cuando su uso es pertinente, brindan mejores estimadores y explican parte de la variabilidad que existe debido a diferencias en las unidades del segundo nivel, que quedaría oculto si el método de estimación fuera el tradicional mínimos cuadrados ordinarios.

Palabras clave: regresión multinivel; prueba PISA; escuelas; Argentina.

Abstract

The aim of this article is to describe the use of multilevel models based on PISA 2012 data. The paper contains a summary of the main aspects of the technique and –at the same time- three different models are estimated using as a dependent variable the students performance. The main interest is focused on analyzing how this kind of models provide useful and valid tools to analyze Social Science's data, and on considering multilevel models when data has been gathered after using multiple level sampling techniques.

In this case, results indicate that it is relevant to consider the hierarchical structure of the data, acknowledging a second level that groups several members (students are the first level and schools are the second one). These multilevel models, when appropriate, provide better estimations and explain part of the variability that exists because of differences in second level unities, which would be hidden if the estimation was run with ordinary least squares.

Keywords: multilevel regression; PISA test; schools; Argentina.

Introducción[1]

Es frecuente que en las fuentes de datos empleadas en los estudios dirigidos al ámbito educativo se agrupen casos de acuerdo a diferentes estructuras jerárquicas donde cada una de ellas incluye a otra. Por ejemplo, los alumnos de una clase conforman una jerarquía (la de menor nivel) y ésta pertenece a una escuela (que constituye otra), la que a su vez forma parte de determinado distrito o provincia. Esta situación provoca que —como demostraron Aitkin y Longford (1986)— ya no sea pertinente realizar estimaciones mediante el modelo de regresión lineal tradicionalmente utilizado, porque dicha metodología supone que las observaciones (los alumnos, en este caso) son independientes entre sí, lo cual no es cierto cuando se trabaja con agrupaciones de este estilo.

El agrupamiento mencionado es una consecuencia surgida de los procedimientos de selección de muestras en donde la recolección de los individuos se realiza luego de diferentes etapas: se eligen aleatoriamente algunas unidades geográficas y, de aquellas que resultaron escogidas en esa instancia, se realiza un proceso similar con otras divisiones geográficas menores hasta que finalmente se escogen los individuos que constituyen la muestra final (Hox, 1995). Esto significa que si una unidad geográfica no resultara seleccionada, automáticamente los individuos que pertenecen a ella quedarían descartados del estudio. Es por ello que la selección por etapas provoca la creación de jerarquías, lo que es necesario tener en cuenta a la hora de realizar las estimaciones respectivas (Murillo Torrecilla, 2008).

Por otra parte, si dos individuos seleccionados aleatoriamente provienen del mismo conjunto, cabe esperar que tiendan a poseer más similitudes que si se escogieran dos de diferentes conglomerados. Esto ocurre cuando –por ejemplo- se analizan rendimientos educativos: los alumnos que pertenecen a una misma escuela son propensos a obtener resultados más homogéneos entre sí que si se eligieran dos de diferentes establecimientos. Esto se explica porque comparten las condiciones educativas que influyen en su rendimiento y que son diferentes a las que poseen los de otra escuela. No sólo eso, también tienden a presentar similitudes en el entorno extraescolar que puede contribuir en el rendimiento educativo. Esta presencia de homogeneidad entre los individuos es una característica muy importante que es necesario considerar a la hora de realizar los análisis estadísticos e interpretar los resultados que se obtienen.

Esto último sustancia y justifica el empleo de los modelos Multinivel (también conocidos como modelos lineales jerárquicos, modelos mixtos o modelos de efectos aleatorios). Si bien esta propuesta es similar a emplear un modelo de regresión lineal habitual, su principal ventaja es que permite considerar el efecto que provoca la mencionada jerarquización de los individuos. Si se omitiera esto provocaría que generalmente fueran subestimados los errores estándar de los coeficientes de regresión del modelo obtenido y –en consecuencia- los intervalos de confianza serán muy pequeños, al igual que los valores *p* asociados a ellos. Esto podría llevar a la conclusión que una variable independiente tiene un efecto real cuando –en realidad- el mismo se debe al azar.

Así, la estimación correcta de los errores estándar será realizada solamente si en el análisis es considerada la variación entre los grupos presentes al momento de construir la muestra, y en ese sentido los modelos multinivel proveen una manera eficiente de resolver esto. Por el contrario, si no se consideraran los efectos provenientes de estructuras jerárquicas se abre la posibilidad de incurrir en la falacia ecológica y la falacia atomística: la primera se produce cuando se interpretan resultados a nivel individual a partir del contexto al que dichos individuos pertenecen, mientras que la segunda aparece cuando se realiza una inferencia a partir de la variabilidad grupal utilizando como base datos a nivel individual (Sánchez y Ocaña, 1999).

Con el objetivo de aportar al debate acerca de la diversidad metodológica se propone analizar los resultados según se utilice mínimos cuadrados ordinarios y modelos multinivel. Para ello es que en este trabajo se emplea ambas alternativas y se compara cómo afecta a las conclusiones la aplicación de cada método. El foco de análisis se centra en el rendimiento de los

[1] Agradezco las observaciones y reflexiones realizadas por la Dra. María Sol Minoldo Torres al momento del desarrollo del artículo.

alumnos de Argentina en el área de matemáticas según el relevamiento realizado mediante la prueba PISA 2012.

A tal fin, interesa conocer el rol que tiene las escuelas y un indicador construido por la OCDE el cual resume el contexto socioeconómico al que pertenece (conocido como ESCS: Estatus Social, Económico y Cultural). Estas variables se utilizarán como predictoras del puntaje obtenido y se incluirán en un análisis de regresión lineal tradicional y en un modelo de regresión multinivel el cual –a su vez- se estimará bajo dos variantes: en primer lugar, con ordenada al origen fija y en segundo término con distintas pendientes para cada escuela en cada país. Esos resultados permitirán, por un lado, considerar la mejor estrategia metodológica a utilizar mientras que, en segundo término, analizar los resultados respectivos a cada país y obtener evidencias que permitan comprender mejor el puntaje obtenido en la prueba.

Para ello, se ha utilizado como base el documento preparado por Fiona Steele (2012) donde se hace un abordaje minucioso del procedimiento a realizar cuando se pretende emplear Modelos Multinivel.

La estructura del trabajo es la siguiente: en la en la primera parte se presenta el marco conceptual de los modelos multinivel y el fundamento de su utilización. Luego se expone de manera breve el modelo bajo mínimos cuadrados ordinarios y las principales características, la estimación y la lectura de las principales aspectos acerca de tres modelos multinivel: el primero no incluye variables independientes, el segundo incluye ordenada al origen aleatoria y una variable independiente en el nivel 1 mientras que en el tercer caso se estima la versión con pendiente aleatoria para cada grupo y una variable independiente en el nivel 1. Finalmente, en la última sección, se extraen algunas conclusiones.

Marco conceptual y fundamentación

Como se ha presentado en la Introducción, los modelos multinivel son una extensión del modelo de regresión lineal clásico donde se establecen diferentes niveles jerárquicos en función a las unidades muestrales que se han utilizado al recolectar la muestra. Así, los individuos siempre constituyen el nivel 1 y las unidades a las que pertenecen son los niveles superiores. Por ejemplo, en el ámbito educativo, las escuelas serían el nivel 2.

Es preciso recordar que dentro de los supuestos requeridos para la utilización del modelo de regresión lineal, se necesita la independencia en los residuos, la homocedasticidad (o igualdad de varianzas) de los residuos y los pronósticos, la normalidad de los residuos tipificados y que las observaciones sean independientes. Si no se cumple alguna de estas condiciones, esto podría llevar a la interpretación conclusiones erróneas respecto de los coeficientes, asignando relaciones estadísticamente significativas cuando en realidad éstas no lo son. Esto ocurre a través de la subestimación de los errores estándar de los coeficientes bajo regresión lineal tradicional debido a que si se utilizaran mínimos cuadrados ordinarios se obtendrían estimadores sesgados e incosistentes (Snedecor y Cochran, 1967; Snijders y Bosker, 1999).

Por ello, la principal ventaja que presentan los modelos multinivel es que al considerar las diferentes jerarquías en las variables independientes es posible separar la variabilidad propia de los individuos bajo objeto que se origina a partir de los grupos a los que pertenecen. En otras palabras, es posible incorporar al análisis la influencia del contexto en el comportamiento de cada uno de los individuos.

En el ámbito educativo, Aitkin y Longford demostraron en el año 1986 que los estudiantes de un mismo grupo comparten una serie de experiencias que les son diferentes a las de otros grupos y –del mismo modo- los alumnos de una escuela tienen en común una serie de características que pueden diferir de las de otros establecimientos (como ser instalaciones, nivel socioeconómico de los alumnos, etcétera). Esto da fundamento a tener en cuenta de manera explícita las situaciones del contexto.

A tal fin, con los modelos multinivel se estiman y construyen varios modelos de regresión lineal para cada jerarquía analizada (por lo tanto, hay conceptos que son conocidos a partir de la metodología tradicional), pero los modelos de un nivel están relacionados con los del nivel superior. Sin embargo, también aparecen algunos términos diferentes: coeficientes fijos y aleatorios y coeficiente de partición de la varianza.

Si la metodología empleada es mínimos cuadrados ordinarios, los coeficientes siempre son fijos ya que son los mismos para todos los individuos debido a que no se consideran distintos grupos que conforman la muestra. En cambio, en los modelos multinivel aparece una (o más) jerarquía que agrupa a los individuos y por ello la estimación para cada grupo puede desviarse de la estimación general o global. En este caso, la parte fija es la que es común a todos los individuos mientras que la parte aleatoria es la específica a cada una de ellos.

Por su parte, y como se analizará con mayor detalle, el coeficiente de partición de la varianza brinda un indicador de homogeneidad entre las distintas unidades de la jerarquía más alta y al interior de ellas. Por ejemplo, si muestra está conformada por alumnos que fueron seleccionados a partir de un conjunto de escuelas, con este indicador es posible conocer la "importancia" que tienen de las escuelas en el total de la varianza (Goldstein, 2003). Esto significa que si la varianza entre escuelas fuese grande, pero al mismo tiempo pequeña al interior de cada una de ellas, puede concluirse que las escuelas juegan un rol importante en la dispersión y que los alumnos que asisten a cada una tienen un comportamiento similar entre sí.

Esto último es algo que suele ocurrir cuando en un determinado entorno están presentes factores que de manera amplia impactan en un radio de acción, provocando efectos de manera favorable o desfavorable según el caso. Por ejemplo, en el ámbito educativo puede presentarse cuando una escuela tiene infraestructura muy diferente al promedio de los establecimientos, de manera tal que los alumnos que allí asistan compartirán ese aspecto y en última instancia incidan en el rendimiento de todos ellos. En este sentido, aunque todavía es un tema que es parte del debate, hay autores como Murillo y Roman (2011) que señalan la asociación entre rendimiento académico y recursos de las escuelas. Por su parte, Cervini Iturre (2010) arribó a que la magnitud del 'efecto escuela' en la educación primaria y secundaria de Argentina era similar a la estimación correspondiente para los países desarrollados y que la comparación sólo es posible cuando se utilizan modelos jerárquicos.

En cuanto a los antecedentes de trabajos que hayan abordado los resultados de la prueba PISA con análisis multinivel, son numerosos los aportes realizados y la enunciar a todos ellos no es posible en este trabajo. Sin embargo, sólo por citar algunos, puede mencionarse al estudio de Krüger (2013) donde se estudia la incidencia de la segregación estudiantil por nivel socioeconómico sobre la equidad educativa en la escuela secundaria argentina, el de Marchionni, Vázquez y Pinto (2012) donde se exploran los determinantes de la desigualdad en el desempeño educativo de los estudiantes educativos empleando los datos de la prueba PISA 2012. Asimismo, también puede mencionarse el de Fischman y Gentili (2006) donde se estima un modelo multinivel con tres jerarquías (estudiantes, escuelas y país) y variables relacionadas con la eficacia escolar donde el rendimiento en la prueba de matemáticas es la variable dependiente y el estudio consideró 32 países; el de Jiménez y Paz (2014) donde cuantifican y explican los cambios ocurridos en los resultados de las pruebas de 2000, 2006 y 2009 evaluando el efecto de características sociales, económicas y demográficas de los alumnos y su entorno. Finalmente, Formichella (2011) analizó mediante la prueba PISA 2006 los factores de determinantes de la calidad educativa en la Argentina y estudió el tipo de gestión escolar.

A partir del esquema conceptual de los modelos multinivel, éstos pueden construirse con ordenadas al origen y pendientes fijas o aleatorias de manera tal que los resultados permitan describir en mejor forma el problema planteado. No siempre una misma estrategia de modelado implica el mejor resultado, ya que la variabilidad de los datos bajo estudio pueden implicar que estructuras más simples sean las más adecuadas (incluso utilizando la regresión lineal tradicional).

Estas alternativas permiten probar relaciones entre variables del contexto y aquellas específicas de los individuos bajo análisis, siendo esta posibilidad una de las principales fortalezas que tiene el método en cuestión y que será aplicado en el presente trabajo.

El modelo de regresión de mínimos cuadrados ordinarios

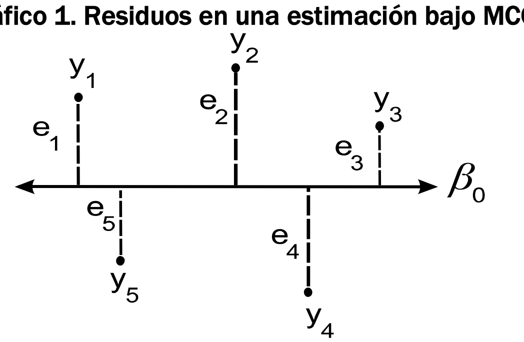
Previo a desarrollar los modelos multinivel, es conveniente partir del modelo más simple de todos que considera un solo nivel y donde la variable dependiente es el promedio de la variable *y* pero no se incorporan variables independientes (conocido como 'modelo nulo') el que puede ser expresado de la siguiente manera:

$$y_i = \beta_0 + e_i \qquad \text{Ec. 1}$$

donde y_i es el valor de la variable dependiente *y* para el individuo *i*-ésimo (*i*=1, 2, ..., n), β_0 es el promedio de *y* en la muestra, y e_i es el residuo para el individuo *i*-ésimo; es decir la diferencia entre el valor observado de la variable *y* para dicho individuo y la media poblacional.

De acuerdo a los supuestos necesarios para utilizar este tipo de método, se requiere que los residuos presenten distribución Normal con media cero y varianza σ^2, es decir $e_i \sim N(0, \sigma^2)$ y el método de estimación se realiza mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).

Gráfico 1. Residuos en una estimación bajo MCO



Fuente: Elaboración propia.

La varianza representa una medida resumen de la dispersión alrededor de la media, y en el caso particular que su valor fuese 0 es porque todos los individuos asumen el mismo valor en la variable dependiente, con lo que $y_i = \beta_0$ y –en términos del Gráfico 1- significa que todos los puntos se ubican sobre la recta β_0. Por el contrario, si la varianza fuera grande habría gran dispersión de los puntos, alejándose de este modo de la recta.

Modelos multinivel

Por su parte, en los modelos multinivel es posible considerar diferentes valores en el promedio de la variable dependiente de acuerdo a la cantidad grupos que participen del análisis. Esto significa que –por ejemplo- si los alumnos fueron escogidos a partir de una muestra de escuelas, se estima el promedio de la variable bajo análisis para cada una de ellas y los alumnos de cada institución constituyen un grupo.

La forma más sencilla de representación de estos modelos es cuando se trabaja con dos niveles, en los que los individuos pertenecen al nivel 1 (alumnos) y están anidados con los grupos que conforman el nivel 2 (escuelas). Bajo este esquema, se representa como y_{ij} al valor de la variable *y* para el individuo *i* que pertenece al grupo *j*, por lo tanto el tamaño total de la muestra es $n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_j$.

Debido a esta jerarquía es posible dividir los residuos en tantos componentes según niveles se trabaje. Por ello, en esta metodología es posible separar los residuos en dos partes: los referidos al nivel grupo -u_j- y los individuales, e_{ij}. Al adaptar el modelo expresado en la ecuación 1 a una estructura con dos niveles, ésta se convierte en

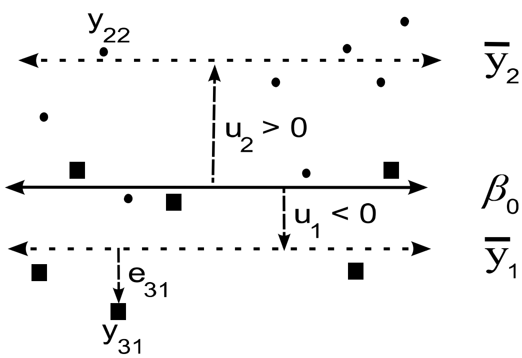
$$y_{ij} = \beta_0 + u_i + e_{ij} \qquad \text{Ec. 2}$$

Al igual que en el primer caso, β_0 representa el promedio general estimado de la variable dependiente considerando todos los grupos al mismo tiempo. Sin embargo, debido a que se trabaja con *j* grupos, cada uno de ellos tiene su propia media. Así, para el *j*-ésimo grupo su promedio es $\beta_0 + u_j$, siendo el residuo grupal u_j la diferencia entre la media general y la de dicho grupo específico.

Por otra parte, a nivel individual el residuo e_{ij} es la diferencia entre el valor que asume la variable dependiente para el *i*-ésimo individuo y la media del grupo al que pertenece. Esto último puede representarse como $e_{ij} = y_{ij} - (\beta_0 + u_i)$. Así, e_{ij} es una cuantía del desvío que tiene cada caso particular respecto al grupo donde pertenece.

En la figura 2 se grafica los valores para individuos pertenecientes a dos grupos: los del grupo 1 son los simbolizados con círculos, mientras que los del 2 mediante cuadrados. El promedio general de todos los individuos es la línea continua gruesa (β_0) mientras que el de los grupos 1 y 2 se representa mediante las líneas punteadas. El desvío de cada grupo respecto a la media general es, respectivamente, u_1 y u_2 mientras que –por ejemplo- la distancia entre y_{31} y la línea de puntos y_1 representa el residuo del tercer individuo que forma parte del grupo 1, e_{31}. Como puede observarse, en este caso el promedio del grupo 2 es mayor que la media general mientras que la del grupo 1 es inferior, por lo que u_2 es positivo y u_1 es negativo.

Gráfico 2. Residuos bajo un modelo Multinivel.



Fuente: Elaboración propia.

Esta metodología utiliza como supuesto que tanto los residuos de ambos niveles siguen una distribución normal con media cero: $u_j \sim N(0, \sigma_u^2)$ y $e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$. Por su parte, la varianza total compuesta por dos partes: la varianza entre grupos σ_u^2, que captura la variabilidad del promedio de cada grupo respecto a la media general y la varianza intra grupos σ_e^2, que representa la variabilidad de cada individuo respecto a la media de su propio grupo.

Si σ_e^2 fuera igual a cero, todos los individuos del grupo 1 se ubicarían sobre la línea $\beta_0 + u_1$ y los casos pertenecientes al grupo 2 coincidirían con la línea $\beta_0 + u_2$ (círculos y cuadrados, respectivamente en el gráfico 2). Esto significaría que toda la variabilidad estaría explicada por la discrepancia entre ambos grupos, pero que dentro de cada uno de ellos habría total homogeneidad. Por el contrario, si σ_u^2 fuera cero, el valor de la variable dependiente para todos los individuos de ambos grupos sería el mismo, con lo que las líneas de promedio de ambos conjuntos también coincidían entre sí y –por añadidura- con la de la media general. En el gráfico 2 se muestra lo que ocurre habitualmente donde existe variabilidad tanto dentro de los grupos como entre ellos.

Sin embargo, a partir de lo anterior, surge un concepto importante: el factor de partición de la varianza o VPC por sus siglas en inglés. Este representa la proporción de la varianza total que es explicada por la varianza entre grupos, y se define como (Ec. 3)

$$VPC = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_e^2}$$

En el denominador de la ecuación 3 se encuentra la varianza total, la cual resulta de la sumar la varianza entre grupos con la dentro de cada grupo. Por lo tanto, el VPC varía entre 0 (en caso que σ_u^2 sea 0, que equivale a total homogeneidad entre todos los individuos de todos los grupos) y 1 (si $\sigma_e^2 = 0$, esto se produce cuando no hay dispersión dentro de cada grupo, pero sí entre ellos). De este modo, por ejemplo si el VPC fuera 0.35, significa que el 35% de la variación total es debido a variabilidad entre grupos y el 65% es dentro de ellos.

Prueba de hipótesis

Para saber si es conveniente el empleo de mínimos cuadrados ordinarios o un modelo multinivel, se establece como prueba si no existen diferencias entre los grupos, por lo que la hipótesis nula que se plantea es H_0: $\sigma_u^2 = 0$. Para ello, se usa como fuente de comparación los modelos expresados en las ecuaciones 1 y 2 mediante una prueba de ratio de verosimilitud que se define como:

$$LR = -2 \log L_1 - (-2 \log L_2)$$

donde L_1 y L_2 los valores máximo verosímiles del modelo bajo Mínimos Cuadrados Ordinarios (Ec. 1) y el multinivel (Ec. 2).

Si se rechaza la hipótesis nula implicaría que hay evidencias de diferencias ‘reales’ entre los grupos, en cuyo caso es preferible el modelo multinivel en relación al de mínimos cuadrados ordinarios. Sin embargo, si esto no ocurriera podría estimarse un modelo de un solo nivel, pero para ello es necesario realizar un análisis más profundo porque es posible que las diferencias entre grupos se revelen luego de agregar variables explicativas que hasta este punto no han sido incorporadas.

Para contrastar si los efectos de las escuelas son estadísticamente significativos es necesario llevar a cabo la prueba donde se comparan los logaritmos máximo verosímil. A tal efecto, es necesario extraer el efecto aleatorio de las escuelas y estimar el modelo de regresión bajo mínimos cuadrados ordinarios, es decir:

$$\text{puntaje}_{ij} = \beta_0 + e_{ij}$$

Al estimar ambos modelos utilizando los datos provistos por la prueba PISA del año 2012 para Argentina (en la prueba de matemáticas), el test resultante es:

LR = 2(-32245.80 - -34055.87) = 3620.14 con un grado de libertad ya que hay un solo parámetro de diferencia entre los modelos, σ_u^2. El valor de una distribución Chi Cuadrado con 1 grado de libertad al 5% de significación es 3.84, por lo cual hay evidencias estadísticamente significativas que las escuelas tienen efecto sobre el puntaje promedio y por ello es conveniente estimar un modelo multinivel en lugar de uno tradicional.

A partir de la estimación del modelo descripto en la ecuación 2 se obtuvo el resultado expuesto en la tabla 1. La media general estimada corresponde al valor consignado en la línea β_0 y la estimación de la varianza total es la suma de σ_u^2 y σ_e^2.[2]

[2] Todas las estimaciones del trabajo fueron realizadas utilizando el software Stata versión 12.0

Tabla 1. Modelo multinivel con efecto escuela. Prueba PISA 2012 (Argentina)

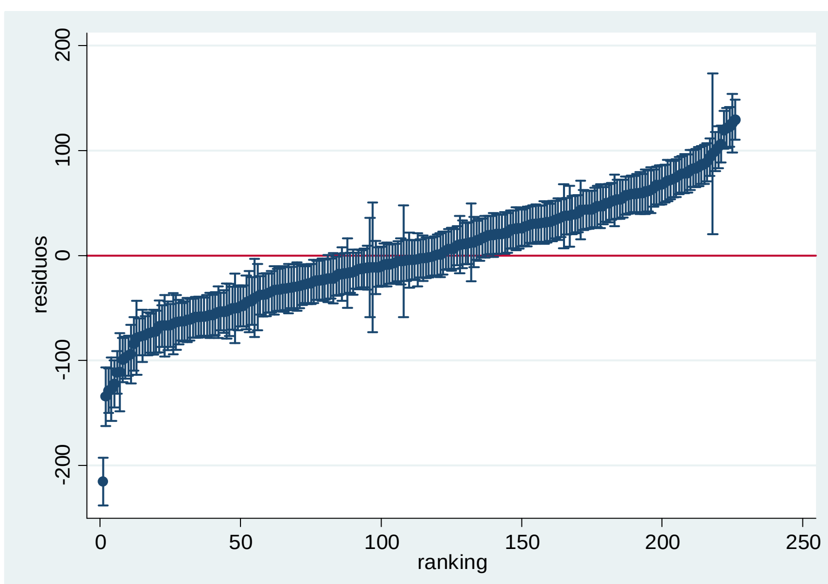
Parámetro	Argentina
β_0	389.57
σ_u^2	3310.49
σ_e^2	2831.82
Varianza Total	6142.31
VPC	0.54
Prueba de Razón de Verosimilitud	3620.14**

Fuente: Elaboración propia en base a PISA (OECD, 2012)

De la tabla anterior puede subrayarse dos aspectos importantes: en primer lugar, la tabla muestra una estimación del puntaje promedio de todas las escuelas, 389.57. En segundo término, cabe detenerse en el análisis del VPC. Según la prueba anterior que se realizó, las escuelas son relevantes para el análisis pero este indicador informa con precisión que el 54% de la varianza en el puntaje es explicado por diferencias entre escuelas, lo que es una medida de cómo éstas inciden para explicar la variabilidad en el puntaje en la prueba, independientemente del promedio estimado. Es decir, podría suceder que al comparar dos países uno de ellos tuviese un puntaje promedio ostensiblemente menor pero que -al mismo tiempo- su VPC fuera menor, por lo que el efecto de la escuela a la que los alumnos asisten presentaría un rol menos importante y el resultado no estaría tan condicionado a que establecimiento asisten.

Al incorporar las escuelas al análisis, es posible revisar el desvío que tiene cada de ellas respecto a la media general donde –como cabe esperar- algunas apartaron su promedio por encima y otras por debajo (lo que origina residuos positivos y negativos, respectivamente). Gráficamente, esto puede analizarse a continuación donde se expone el residuo correspondiente a cada escuela y se incluye el intervalo de confianza del 95% para cada una de ellas.

Gráfico 3. Residuos por escuela. PISA 2012: Argentina



Fuente: Elaboración propia en base a PISA (OCDE, 2012).

La amplitud del intervalo de confianza de cada escuela depende de la estimación del error estándar de cada una de ellas, el cual es inversamente proporcional a la cantidad de individuos que formaron parte de la muestra. Aquí, en general, los intervalos de confianza de cada una son parecidos ya que es similar el tamaño muestral en cada institución.

El análisis de los residuos es importante porque éstos representan el desvío que cada escuela tiene respecto al promedio general, y en aquellas cuyo intervalo de confianza no incluye al cero (que es el desvío medio general de todas las escuelas) significa que hay diferencia estadísticamente significativa respecto del promedio, considerando un intervalo de confianza del 95%. Así, en la parte izquierda del gráfico 1 se encuentran todas aquellas escuelas cuyo puntaje promedio es menor al general mientras que ocurre lo inverso con aquellas que están más a la derecha. En todos los casos, esos desvíos son los u_j que surgen en la ecuación 2 y que se mencionaban como $\beta_0 + u_j$.

Modelo multinivel con ordenada al origen aleatoria y una variable independiente en el nivel 1

Hasta acá, el análisis no ha incluido variables independientes, pero para realizar un abordaje más completo es necesario incorporar aspectos que estén relacionados a la variable explicada y que ayuden a obtener evidencias más claras. Por ello en este apartado se presenta una versión la cual extiende el modelo multinivel propuesto en la ecuación 2 agregando una variable independiente en el nivel 1, denominada x_{ij}. Los subíndices *i* y *j* significan que los valores contenidos en esta variable asumen un valor para cada individuo dentro de cada grupo.

La alternativa más simple de los modelos multinivel con una variable explicativa es la que contiene sólo ordenada al origen aleatoria, siendo su expresión formal

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + u_j + e_{ij} \qquad \text{Ec. 3}$$

En este modelo la relación global entre *y* y *x* está representada por una recta con ordenada al origen β_0 y pendiente β_1, pero para el grupo *j* es $\beta_0 + u_j$ (superior o inferior) de acuerdo al valor de su desvío u_j. Al igual que en la ecuación 2, u_j es el efecto grupo o residuo el cual se asume que siga una distribución normal con media cero y varianza σ_u^2. Este modelo es conocido como modelo con ordenada al origen (o intercepto) aleatoria por la posibilidad que tiene de variar aleatoriamente según cada grupo.

Todo modelo multinivel puede descomponerse en dos partes: una parte *fija* que especifica la relación entre las variables independientes y la media de la variable dependiente, y una parte *aleatoria* que contiene los residuos del nivel 1 y 2. La parte fija de la expresión 3 es $\beta_0 + \beta_1 x_{ij}$ (cuyos parámetros son β_0 y β_1), mientras que la parte aleatoria es $u_j + e_{ij}$ (con parámetros σ_u^2 y σ_e^2).

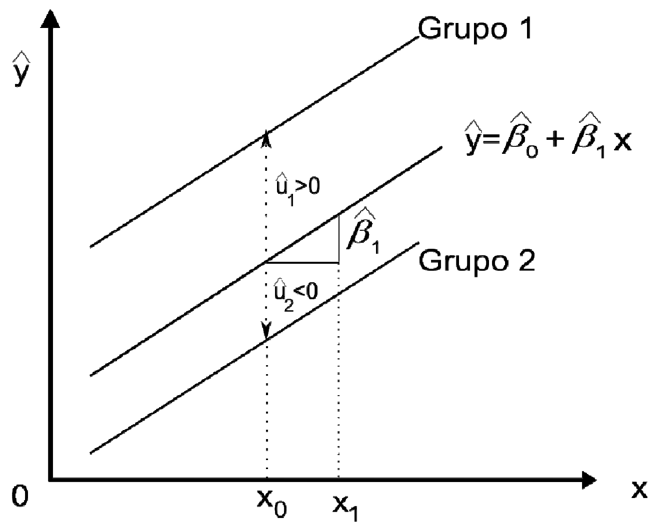
Otra manera de expresar este modelo, y donde se resalta que la ordenada al origen es propia para cada grupo (cada escuela en este trabajo), es plantear la expresión 3 en dos ecuaciones

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 x_{ij} + e_{ij} \quad \text{Ec. 4}$$

$$\beta_{0j} = \beta_0 + u_j$$

A partir de la expresión 4 puede percibirse que β_{0j} puede ser diferente para cada *j* debido a la influencia del desvío que cada grupo tiene respecto al global. Por otra parte, al ser la pendiente (β_1) un solo parámetro, significa que para todos los conjuntos es la misma. Gráficamente, este modelo puede expresarse mediante diferentes líneas paralelas, tal como se observa a continuación.

Gráfico 4. Estimación con un modelo Multinivel y ordenada al origen aleatoria



Fuente: Elaboración propia en base a PISA (OCDE, 2012).

Estimación utilizando una variable independiente continua

A los fines de estimar un modelo de esta clase, se utilizará una variable independiente que es un indicador resumen del contexto socioeconómico al que pertenece cada alumno. Dicha variable, denominada ESCS (Estatus Social, Económico y Cultural) condensa otros tres índices (Estatus de mayor ocupación de los padres, mayor nivel de instrucción de los padres -en años y posesiones del hogar) y tiene media cero con desviación estándar uno para los países de la OCDE. Cuando para un país el promedio de este indicador es negativo significa que el nivel social, económico y cultural del mismo es inferior al promedio OCDE, como es el caso de todos los países de América Latina. Sin embargo, hay otros con promedio superior al promedio de OCDE, como Canadá, los países escandinavos, Estados Unidos y Japón (OCDE, 2010).

Al incorporar el Estatus Social, Económico y Cultural como variable explicativa del rendimiento del alumnado, se consigue una medida de variabilidad y asociación entre ambos aspectos. En este caso, al realizar la estimación correspondiente al modelo multinivel con ordenada al origen aleatoria y donde ESCS es una variable del nivel 1, la ecuación respectiva es

$$\text{puntaje}_{ij} = 398.044 + 11.052 * \text{ESCS}_{ij} \quad \text{Ec. 5}$$

Tabla 2. Modelo multinivel sin variable independiente versus modelo multinivel con ordenada al origen. Prueba PISA 2012 (Argentina)

	Modelo Multinivel sin variable independiente		Modelo con ordenada al origen aleatoria y variable ESCS	
Parámetro	Estimación	Error Estándar	Estimación	Error Estándar
β_0	389.57		398.04	3.49
B_1 (ESCS)	—		11.052	0.770
σ_u^2 (entre)	3310.49		2556.09	
σ_e^2 (dentro)	2831.82		2738.46	
Varianza Total	6142.31		5294.55	
VPC	0.54		0.48	

Fuente: Elaboración propia en base a PISA (OECD, 2012).

La interpretación de este modelo, de acuerdo a parte derecha de la tabla 2, significa que la ordenada al origen estimada es 398.04 + $\hat{u}_j$ para la escuela *j* y la varianza entre escuelas en el intercepto es 2556.09; lo que significa que el 95% de las ordenadas al origen de las escuelas se encontrará entre 398.04 ± (1.96 * $\sqrt{2556.09}$) = 298.95 y 497.14 puntos. Es decir, si el ESCS de un alumno fuera 0 y asistiera a una escuela donde el promedio se ubica en el 2.5% inferior de la distribución del puntaje promedio de escuelas, se espera que su resultado en la prueba sea hasta 298.95 puntos, mientras que superaría los 497.14 si perteneciera a un establecimiento cuyo resultado promedio esté en el 2.5% más alto de la distribución.

Al incluir el ESCS en el nivel 1, disminuyó la varianza existente en esa jerarquía (de 2831.82 a 2738.46), aunque el mayor decremento se produjo en la varianza correspondiente al nivel 2 –escuelas- de 3310.49 a 2556.09. Esto ocurre porque la distribución de la variable ESCS presenta diferencias entre las escuelas que integran la muestra, lo cual es esperable ya que dentro de cada establecimiento educativo tienden a agruparse alumnos de similar condición socioeconómica. Como se había visto, la varianza total en el puntaje según el modelo nulo fue 6142.31 mientras que luego de incluir la variable ESCS es 5294.55, lo que significa que la proporción de la varianza original explicada por ESCS es (6142.31-5294.55) / 6142.31 = 13.8%, lo que da cuenta de su importancia. Por otra parte, bajo esta alternativa el VPC es 2556.09/5294.55 = 48.2% por lo que, después de incluir el ESCS, el 48.2% de la varianza en el rendimiento es explicado por diferencias entre escuelas.

Modelo multinivel con pendiente aleatoria para cada grupo y una variable independiente en el nivel 1

Como se explicó, el modelo con intercepto aleatorio asume que la relación entre la variable dependiente y *x* es la misma para cada grupo, lo que equivale a decir que la pendiente β_1 es fija para todos ellos. Si se relaja este supuesto y se permite que la pendiente varíe aleatoriamente, se arriba al modelo con pendiente aleatoria:

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + u_{0j} + u_{1j} x_{ij} + e_{ij} \qquad \text{Ec. 6}$$

lo que también puede presentarse de manera equivalente como

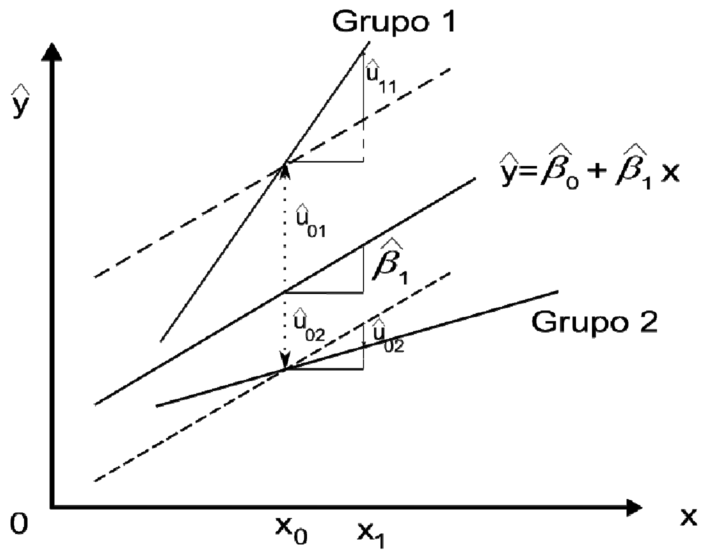
$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + e_{ij}$$
$$\beta_{0j} = \beta_0 + u_{0j} \qquad \text{Ec. 7}$$
$$\beta_{1j} = \beta_1 + u_{1j}$$

Al comparar la ecuación 6 con la propuesta expresada en 2, ahora se ha agregado un nuevo término, $u_{1j}x_{ij}$, y también un subíndice '0' al u_j. Los efectos aleatorios u_{0j} y u_{1j} siguen un supuesto de distribución normal con media cero y varianzas σ^2_{u0} y σ^2_{u1}, respectivamente, y covarianza σ_{u01}. En este caso, la pendiente de la línea de regresión promedio es β_1 mientras que la pendiente de la línea para el grupo *j* es $\beta_1 + u_{1j}$.

El término σ_{u01} es la covarianza entre la ordenada al origen y la pendiente de cada grupo, donde un valor positivo implicaría que los grupos con más altos residuos del intercepto u_{0j} también tienden a tener más altos residuos correspondientes a la pendiente u_{1j}. Sin embargo, necesita también ser interpretado el signo de la covarianza junto con el signo de la ordenada al origen y la pendiente de la línea promedio. Por ejemplo, si β_0, β_1 y σ_{u01} son positivos implica que los grupos con alto intercepto ($\beta_0 + u_{0j}$) tienden a tener pendientes que son más inclinadas que el promedio (alto $\beta_1 + u_{1j}$), y al mismo tiempo que los grupos con baja ordenada al origen también tienen pendientes más planas que el promedio. En términos gráficos, se produce una separación de la línea del grupo respecto al promedio. Pero si σ_{u01} fuera negativo, implicaría que los grupos con alta ordenada al origen tienen las pendientes más planas que la línea del promedio general, mientras que los grupos con bajo intercepto tienen pendientes mayores que el promedio. En este caso, si se representara de manera gráfica, esto llevaría a que las líneas de cada grupo ser acercarían al promedio y se reduciría la brecha inicial.

El término $u_{1j}x_{ij}$ puede ser interpretado como una interacción entre el grupo (o escuela) y x. Sin embargo, el modelo de efectos aleatorios presenta una ventaja respecto al de efectos fijos ya que en estos últimos las interacciones implican la inclusión de mayor cantidad de parámetros.

Gráfico 5. Estimación con un modelo Multinivel con ordenada al origen y pendiente aleatoria



Fuente: Elaboración propia en base a PISA (OCDE, 2012).

Interpretación de las distintas pendientes

Con base a la figura 5 puede observarse que a lo largo del rango de la variable independiente *x*, el grupo 1 presenta valores más altos en la variable dependiente que el grupo 2. Sin embargo, la diferencia entre ambos se incrementa a medida que *x* también lo hace, llevando a una divergencia aún mayor en. Por lo tanto, además del valor particular que puede asumir la variable independiente, también es particularmente importante el grupo al que pertenece cada observación.

A su vez, la pendiente de la línea de cada grupo provee información sobre otro aspecto importante de cada uno de éstos: aunque en el grupo 2 se observan menores valores en la variable dependiente que en el 1, su pendiente más plana implica que –comparado con el otro grupo- las diferencias son menores ante cambios unitarios en la variable independiente. Por el contrario, si bien el grupo 1 registra mayores valores que el 2 ante cambios unitarios en la variable independiente se registran mayores variaciones en la variable dependiente.

Estimación del modelo

Al estimar este modelo con la variable independiente ESCS, lo que se permite es que la relación entre ambas difiera entre escuelas. La tabla 3 muestra los resultados de ajustar un modelo de pendiente aleatoria entre el puntaje y el ESCS, comparándolo con el modelo de ordenada al origen aleatoria estimado previamente. Como se observa, no hay sustanciales diferencias en los parámetros estimados presentes en ambos modelos (β_0, β_1, σ^2_{u0} y σ^2_e) donde se percibe una leve disminución en esta varianza dentro de escuelas.

Sin embargo, β_1 y σ^2_{u0} tienen una interpretación diferente cuando se emplea un modelo de pendiente aleatoria: β_1 = 10.98 es la pendiente la escuela 'promedio' mientras que la pendiente estimada para la escuela *j* será 10.98 + $\hat{u}_{1j}$. Por su parte, la varianza de la ordenada al origen ahora es interpretada como la varianza –a nivel de escuela- cuando ESCS = 0.

La prueba estadística que contrasta el modelo de pendiente aleatoria con el de ordenada al origen aleatoria brinda evidencia si el efecto del ESCS varía a través de las escuelas. La hipótesis nula de esta prueba es que los dos parámetros adicionales surgidos en esta última modalidad (la covarianza entre el intercepto y la pendiente para cada escuela, σ_{u01}, y la varianza de la pendiente entre escuelas, σ^2_{u1}) son simultáneamente iguales a cero. Para ello, se utiliza una prueba de razón de verosimilitud donde se analizan los valores de cada modelo, en este caso es:

LR = 2 (-31638.84 - -31642.12) = 6.56 con dos grados de libertad, lo cual pertenece a la zona de rechazo y por lo tanto se encuentra evidencia que el efecto de ESCS difiere a través de las escuelas y que es meritorio realizar la estimación considerando aleatoria tanto la ordenada al origen como la pendiente.

En este caso, el efecto del ESCS para la escuela *j* se estimó en 10.98 + $\hat{u}_{1j}$ y 24.86 la varianza de las pendientes entre escuelas. Para la escuela 'promedio' se espera un incremento de 10.98 puntos en el resultado de la prueba ante cada incremento unitario en el ESCS. Además, se estima que el intervalo del 95% para las pendientes de las escuelas estará comprendido entre 10.98 ± 1.96$\sqrt{24.86}$ = 1.20 y 20.76 mientras que la varianza del intercepto –estimada en 2671.32- se interpreta como la varianza entre escuelas cuando el ESCS = 0.

Tabla 3. Modelo multinivel con ordenada al origen aleatoria versus modelo multinivel con pendiente aleatoria. Prueba PISA 2012 (Argentina)

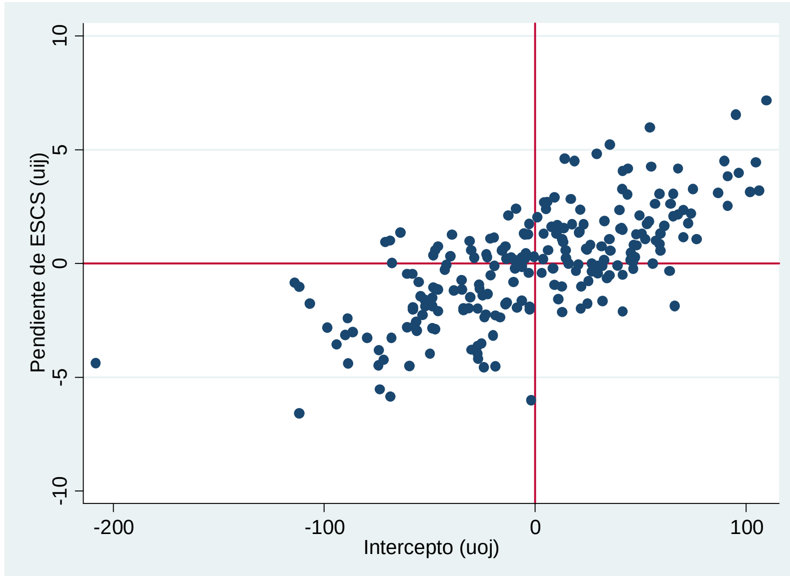
	Modelo con ordenada al origen aleatoria		Modelo con pendiente aleatoria	
Parámetro	Estimación	Error Estándar	Estimación	Error Estándar
β_0	398.044	3.49	397.05	3.57
B_1 (ESCS)	11.052	0.770	10.98	.845
Parte aleatoria, nivel escuela				
σ^2_{u0} (Varianza del intercepto)	2556.09		2671.32	
σ^2_{u1} (Varianza de la pendiente)			24.86	
σ_{u01} (Covarianza)			100.45	
Parte aleatoria, nivel alumno				
σ^2_e (Varianza dentro)	2738.46		2719.02	
Varianza Total	5294.55			
VPC	0.48			

Fuente: Elaboración propia en base a PISA (OECD, 2012)

En cuanto a la covarianza, al ser positiva (100.45), significa que las escuelas con alta ordenada al origen (puntaje por encima de la media) tienden a tener también una pendiente con mayor inclinación que el promedio, lo que se traduce en un efecto que –a medida que crece el ESCS- se amplía la diferencia en el puntaje obtenido.

La covarianza entre intercepto y pendiente puede observarse en el gráfico 6 donde se presenta los residuos de cada uno ($\hat{u}_{0j}$ y $\hat{u}_{1j}$). En el sector donde el valor de ambos residuos se aproxima a cero, se encuentran aquellas escuelas que se espera que posean líneas cercanas a la media general: puntaje similar al promedio (intercepto) y efecto promedio del ESCS (pendiente). Teniendo en cuenta que la línea promedio tiene ordenada al origen 397.05 y pendiente 10.98, una escuela situada en el cuadrante de arriba y a la derecha (con residuos positivos, tanto para intercepto como pendiente) tendrá una ordenada al origen y una pendiente por encima del promedio, con lo que se amplían los efectos producidos ante incrementos en el ESCS. Por el contrario, aquellas escuelas que están en el cuadrante inferior izquierdo son aquellas que tienen intercepto y pendiente menor que el promedio, por lo tanto dentro de éstas se suavizan los efectos ante incrementos en el ESCS.

Gráfico 6. Estimación de residuos y pendiente. Modelo Multinivel con pendiente y ordenada al origen aleatoria. PISA 2012: Argentina.



Fuente: Elaboración propia en base a PISA (OCDE, 2012)

Síntesis y conclusión

El objetivo de este artículo es contribuir al debate sobre la diversidad metodológica poniendo de relieve las situaciones bajo las cuales es conveniente considerar el uso de los modelos multinivel, aplicando esta metodología a la prueba PISA 2012 en su versión realizada para los alumnos de Argentina. A tal fin, se utiliza como variable dependiente el puntaje que los alumnos obtuvieron, el cual es una variable cuantitativa y por lo que también el análisis podría ser encarado mediante una regresión lineal.

Sin embargo, debido a que los alumnos son el último paso de un sistema de muestreo donde previamente fueron seleccionadas otras unidades jerárquicas, es posible que los modelos multinivel brinden mejores respuestas que los de regresión lineal estimados bajo mínimos cuadrados ordinarios. Esto se explica porque las unidades que conforman la jerarquía 2 (en este caso las escuelas) pueden presentar homogeneidad a su interior de manera tal que según el grupo al que los individuos tengan –entre ellos- un comportamiento similar pero que sea dispar al de otros grupos. Si esto fuera omitido, es posible que la regresión lineal simple establezca como ciertas relaciones que en realidad no existen.

Para ello, y como primer paso, se hizo una prueba estadística que compara el modelo de regresión lineal con el multinivel y a partir de allí se obtuvo evidencia que en este caso las escuelas tienen un rol importante como para emplear el modelo multinivel. A partir de allí, se avanzó en la construcción de un modelo que incluye el Estatus Social, Económico y Cultural (ESCS) de cada alumno como variable independiente y además el modelo se lo especifica con ordenada al origen aleatoria. En esta modalidad, se permite que cada escuela tenga su propio intercepto pero la pendiente (el efecto que presenta el ESCS) es el mismo en cada institución. Luego, bajo otra alternativa, se propuso construir el modelo que permite que cada escuela tenga su propio intercepto y su propia pendiente, liberando así que cada una tenga una estimación individual de cómo incide el ESCS en el rendimiento de los alumnos.

De este modo, lo que es importante resaltar es que en las investigaciones que se realizan en Ciencias Sociales es posible que el contexto pueda influir en el objeto bajo estudio. En este caso los resultados indican que las escuelas tienen incidencia en el rendimiento de los alumnos de Argentina en la prueba PISA. Dentro de los factores que pueden explicar esto es que en algunos establecimientos hayan dedicado más tiempo que en otros al preparado de la prueba y que –por otra parte- este resultado esté dando un indicio de que haya diferencias materiales que luego se traduzcan en variabilidad a la hora del rendimiento.

Una alternativa de avance sería indagar si esto se replica en los demás países de América Latina y cuál es la cuantía del efecto. Otra posibilidad de continuar con el trabajo consiste en incluir más variables independientes al modelo ya que en este caso sólo se utilizó un índice que sintetiza la situación de cada alumno pero que es posible complementarlo con otras variables más.

Bibliografía

AITKIN, M. y LONGFORD, N. (1986) "Statistical Modelling Issuess in School Effectiveness Studies." *Journal of the Royal Statistic Society,* vol. 149, p. 1-43.

ALDERETE, M. y FORMICHELLA, M. (2015) "El aporte del acceso a las TIC al rendimiento educativo: un modelo multinivel para Argentina" en: La Reunión Anual. Asociación de Economía Política. Disponible en www.aaep.org.ar/anales/works/works2015/Alderete_AAEP2015.pdf. Fecha de consulta, 01/12/2016.

CERVINI ITURRE, R. (2010) "El 'efecto escuela en la educación primaria y secundaria: El caso de Argentina." *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 8 (1), pp. 7-25. Disponible en http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55113489002. Fecha de consulta, 31/07/2017.

FISCHMAN, G. y GENTILI, P. (2006) "Un Estudio Multinivel Basado en PISA 2003: Factores de Eficacia Escolar en el área de Matemáticas." *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 14 (29). Disponible en http://epaa.asu.edu/epaa/v14n.29 Recuperado 13/02/2017.

FORMICHELLA, M. (2011) "¿Se debe el mayor rendimiento de las escuelas de gestión privada en la Argentina al tipo de administración?" *Revista de la CEPAL*, N° 105, p. 151-166.

GOLDSTEIN, H. (2003) *Multilevel Statistical Models*. New York: Arnold.

HOX, J. J. (1995) *Applied multilevel analysis*. *Amsterdam, The Netherlands*: TT-Publikaties.

JIMÉNEZ, M. y PAZ, J. (2014) "Los resultados de las pruebas PISA en la Argentina. Una comparación intertemporal: 2000, 2006 y 2009" en: Instituto De Estudios Laborales Y Del Desarrollo Económico (IELDE). Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales. Universidad Nacional de Salta (UNSa). Disponible en http://www.economicas.unsa.edu.ar/ielde/download.php?file=items_upload/WPIelde_Nro12.pdf. Fecha de consulta 22/02/2017.

KRÜGER, N. (2013) "Segregación Social y Desigualdad de Logros Educativos en Argentina." *Archivos Analíticos de Políticas Educativas, 21* (86). Disponible en http://epaa.asu.edu/ojs/article/view/1352. Fecha de consulta 25/02/2017.

MARCHIONNI, M.; VÁZQUEZ, E. y PINTO, F. (2012) "*Desigualdad educativa en la Argentina. Análisis en base a los datos PISA 2009*" en: Documentos de trabajo. UNICEF Argentina. (May 2012). Disponible en https://mpra.ub.uni-muenchen.de/56420/. Fecha de consulta 12/12/2016.

MURILLO TORRECILLA, F. J. (2008) "Los modelos multinivel como herramienta para la investigación educativa." *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación,* 1, p. 45-62.

MURILLO, F. J., ROMAN, M. (2011) "School infrastructure and resources do matter: analysis of the incidence of school resources on the performance of Latin American students." *Revista School Effectiveness and School Improvement*, V. 22, N° 1, p. 29-50.

OECD (2010) "El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve" en: *Paris: OCDE.* Recuperado de http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf fecha de recuperación: 07/02/2017.

OCDE (2012) Database PISA 2012. Recuperado de http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012database-downloadabledata.htm.

SÁNCHEZ-CANTALEJO E y OCAÑA-RIOLA R (1999) "Los modelos multinivel o la importancia de la jerarquía." *Gaceta Sanitaria 1999*; 13, (5), p. 391-398.

SNEDECOR, G. W. y COCHRAN, W. G. (1967) *Statistical Methods.* 6th Edition. *Ames*: The Iowa State University Press.

SNIJDERS, T. A. y BOSKER, R. J. (1999) *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling*. London: Sage Publications.

STEELE, F. (2008) Introduction to Multilevel Modelling Concepts. Center for Multilevel Modeling. Recuperado de http://www.bristol.ac.uk/media-library/sites/cmm/migrated/documents/5-concepts-sample.pdf

Anexo

Modelo multinivel sin variables independientes

```
Performing EM optimization:

Performing gradient-based optimization:

Iteration 0:   log likelihood = -32245.803
Iteration 1:   log likelihood = -32245.803

Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =      5908
Group variable: SCHOOLID                        Number of groups   =       226

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      26.1
                                                               max =        35


                                                Wald chi2(0)       =         .
Log likelihood = -32245.803                     Prob > chi2        =         .

------------------------------------------------------------------------------
     prommat |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       _cons |   389.5651   3.904401    99.78   0.000     381.9126    397.2176
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
SCHOOLID: Identity           |
                  var(_cons) |   3310.485          .             .           .
-----------------------------+------------------------------------------------
               var(Residual) |   2831.318          .             .           .
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  3620.13 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Modelo multinivel con ESCS como variable independiente y ordenada al origen aleatoria

```
Performing EM optimization:

Performing gradient-based optimization:

Iteration 0:   log likelihood = -31642.116
Iteration 1:   log likelihood = -31642.116

Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =      5819
Group variable: SCHOOLID                        Number of groups   =       226

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      25.7
                                                               max =        35


                                                Wald chi2(1)       =    206.17
Log likelihood = -31642.116                     Prob > chi2        =    0.0000
```

prommat	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ESCS	11.05179	.7696963	14.36	0.000	9.543211	12.56036
_cons	398.044	3.491216	114.01	0.000	391.2013	404.8867

Random-effects Parameters	Estimate	Std. Err.	[95% Conf.	Interval]
SCHOOLID: Identity				
var(_cons)	2556.088	.	.	.
var(Residual)	2738.461	.	.	.

```
LR test vs. linear regression: chibar2(01) =  2343.36 Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Modelo multinivel con ESCS como variable independiente y pendiente aleatoria

```
Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =      5819
Group variable: school                          Number of groups   =       226

                                                Obs per group: min =         1
                                                               avg =      25.7
                                                               max =        35


                                                Wald chi2(1)       =    168.80
Log likelihood = -31638.837                     Prob > chi2        =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
     prommat |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        ESCS |   10.98309    .845359    12.99   0.000     9.326214    12.63996
       _cons |   397.0512   3.573112   111.12   0.000      390.048    404.0543
------------------------------------------------------------------------------

------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects Parameters  |   Estimate   Std. Err.     [95% Conf. Interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
school: Unstructured         |
                    sd(ESCS) |   4.986311   1.506135      2.758484     9.01339
                   sd(_cons) |   51.68483   2.690821      46.67106     57.2372
             corr(ESCS,_cons) |   .3897737   .1731202      .0114397    .6704863
-----------------------------+------------------------------------------------
                sd(Residual) |   52.14417   .5024426      51.16864     53.1383
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear regression:       chi2(3) =  2349.92   Prob > chi2 = 0.0000
```

Autor

Víctor Eduardo Torres.

Centro de Investigaciones sobre Cultura y Sociedad (CIECS), Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Argentina

Investigador del CONICET. Doctor en Demografía por la UNC. Profesor Ayudante del Departamento de Estadística y Matemática de la UNC.

E-mail: torresedu@gmail.com

Citado.

TORRES, Víctor Eduardo (2018). "Determinantes del rendimiento en la prueba PISA aplicando modelos multinivel: Argentina, 2012". *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social - ReLMIS*. N°15. Año 8. Abril - Septiembre 2018. Argentina. Estudios Sociológicos Editora. ISSN 1853-6190. Pp. 24-43. Disponible en: http://www.relmis.com.ar/ojs/index.php/relmis/article/view/202

Plazos.

Recibido: 17/03/2017. Aceptado: 15/08/2017.